

# Концепция мартингала в случайных процессах: от игровой системы до финансовой математики

В.Б. Гисин, Е.Г. Панов

Финансовый университет, Москва, Россия

## АННОТАЦИЯ

В предлагаемом исследовании проводится междисциплинарный анализ проблемы случайности в различных формах социальной деятельности. Авторы находят существенную взаимосвязь лингвистического анализа с выводами финансовой математики о возможности прогнозирования в условиях неопределенности, что реализует стремление найти стратегию выгодных действий в случайных процессах. Это стремление нашло отражение в смысловом содержании понятия «мартингал». В течение столетий оно использовалось для обозначения особых возможностей управления конной упряжью. Затем им начали называть выигрышные стратегии в различных азартных играх, ведущие к обогащению того, кто ими владеет. Введение в эти стратегии математических расчетов явилось одним из оснований теории вероятности. В середине прошлого века термином «мартингал» стали обозначать процесс накопления капитала при реализации торговой стратегии на финансовом рынке. В последние годы данное понятие характеризует вычисляемые стратегии игры на финансовом рынке. Это открыло возможности формирования версии теории вероятностей, специально приспособленной для моделирования рыночных явлений и процессов. Появление науки о квантовых вычислениях и новых вычислительных возможностей на практике возрождает проблему борьбы с неопределенностью с использованием средств современной цифровизации. Поэтому концепция мартингала как поиска возможностей управлять случайными процессами остается актуальной не только для современной экономической мысли, но и для различных областей социального и гуманитарного знания. Анализ природы случайности и ее различных проявлений оказывается востребованным также в области повседневной жизни современного человека. Это делает его актуальным для образовательных программ экономической и финансовой грамотности населения.

**Ключевые слова:** мартингал; случайность; неопределенность; теория вероятности; финансовый рынок; азартные игры; квантовые вычисления; финансовая грамотность

**Для цитирования:** Гисин В.Б., Панов Е.Г. Концепция мартингала в случайных процессах: от игровой системы до финансовой математики. *Гуманитарные науки. Вестник Финансового университета*. 2024;14(2):86-93. DOI: 10.26794/2226-7867-2024-14-2-86-93

## ORIGINAL PAPER

# Concept of Martingale in Random Processes: From Game System to Financial Mathematics

V.B. Gisin, E.G. Panov

Financial University, Moscow, Russia

## ABSTRACT

The proposed study undertakes an interdisciplinary analysis of the problem of randomness in various forms of social activity. The authors find a significant relation between linguistic analysis and the conclusions of financial mathematics about the possibility of forecasting under conditions of uncertainty. It realizes the intention to find a strategy for profitable actions in random processes. This intention is reflected in the meaning of the concept "martingale". For centuries it was used to refer to the special capabilities of horse harnesses. Then this term began to denote winning strategies in various gambling games, leading to the enrichment of the one who owns them. The introduction of mathematical calculations into these strategies became one of the foundations of probability theory. In the middle of the last century, the term "martingale" began to denote the process of capital accumulation when implementing a trading strategy in the financial market. In recent years, the concept of martingale began to characterize calculated strategies for playing in the financial market. This opened up the possibility of forming a version of probability theory specially adapted for modeling market phenomena and processes. The emergence of the science of quantum computing and the emergence of new computing capabilities revives the problem of overcoming uncertainty using the means of modern digitalization. Therefore, the concept of martingale, which implies the search for opportunities to control

random processes, remains relevant not only for modern economic thought, but also for various areas of social and humanitarian knowledge. Analysis of the nature of randomness and its various manifestations is also relevant for everyday life of modern people. This makes it relevant for educational programs aimed at promoting economic and financial literacy among the population.

**Keywords:** martingale; accident; uncertainty; Probability theory; financial market; gambling; quantum computing; financial literacy

**For citation:** Gisin V.B., Panov E.G. Concept of martingale in random processes: From game system to financial mathematics. *Gumanitarnye Nauki. Vestnik Finasovogo Universiteta = Humanities and Social Sciences. Bulletin of the Financial University*. 2024;14(2):86-93. DOI: 10.26794/2226-7867-2024-14-2-86-93

**С**пецифика современных междисциплинарных исследований проявляется в нескольких аспектах. С одной стороны, выделяются ключевые проблемы, которые могут быть решены только в общем поле рациональных размышлений. Таким образом находятся точки соприкосновения не только естественных и гуманитарных дисциплин, но и мира науки с повседневной реальностью. С другой стороны, появление цифровых технологий позволяет вносить изменения в порядок и формы вычислений, анализ количественных и качественных характеристик изучаемых явлений и процессов.

В настоящей статье предпринимается попытка рассмотреть междисциплинарную проблему случайности с позиций одного из понятий, которые связывают в единое целое философию языка, теорию игр, математическую логику, теорию вероятностей и теорию финансового рынка. Этот подход позволяет лучше понять каждую из названных областей и перенести результаты познавательной деятельности из одной в другую. Выбранным для анализа выступает понятие «мартингал» и представление о нем в различных областях знания. Теория мартингалов является предметом современного обсуждения как зарубежных [1–3], так и российских ученых. Так, в статьях В.М. Резникова [4–6] проанализирована история становления этого термина в различных областях знания и его роль в понимании природы случайности.

Дополнительную актуальность этому анализу придает новый взгляд на случайность, связанный с развитием науки о квантовых вычислениях. Существующие подходы в определении случайности так или иначе апеллируют к нашему опыту с естественными ограничениями во времени и пространстве. Появление в последние два десятилетия реально функционирующих квантовых компьютеров вновь поставило вопрос о природе случайности. Своеобразные вероятностные эффекты, возникающие в кван-

товой теории, могут быть, на первый взгляд, отнесены к разряду математических трюков, позволяющих чисто формально выводить некоторые формулы — примерно так поначалу трактовались отрицательные вероятности Фейнманом. Однако в дальнейшем эта парадоксальная концепция нашла практическое применение и интерпретации, в том числе в финансовой математике (см. [7]).

Понятие случайности — одно из ключевых для математики и многих прикладных наук. В отличие от неопределенности, случайность подчиняется закономерностям, попытки зафиксировать которые предпринимались неоднократно. В науке наметились два направления определения случайности. Первое связано с алгоритмическим подходом к случайным явлениям, вырабатываемым в теории вероятности, которая является сравнительно новым разделом математики. В начале XX в. Давид Гилберт в числе 23 кардинальных проблем, оставленных в наследство грядущим поколениям математиков, назвал задачу аксиоматизации физических наук, к числу которых отнесены теория вероятностей и механика [8]. Заметим, что как минимум 5 проблем остаются нерешенными до сих пор, а решение любой из них является выдающимся научным результатом. С учетом наступления эры квантовых вычислений слова Гильберта о физической природе теории вероятностей звучат пророчески.

Попытку обеспечить прочные и эмпирически мотивированные основы теории вероятностей предпринял в начале XX в. Людвиг фон Мизес. Он использовал подход, основанный на понятии случайных последовательностей испытаний. Им было сформулировано определение понятия случайности и дано начало области исследований, которую принято называть алгоритмической случайностью. Предметом теории вероятностей, согласно фон Мизесу, является изучение случайных наблюдаемых повторяющихся событий и массовых явлений (коллективов по фон Мизе-

су). Ученый сформулировал два закона, которым должны подчиняться коллективы [9].

Магистральный путь в теорию вероятностей как строгую математическую дисциплину был проложен А. Н. Колмогоровым, который для ее аксиоматизации использовал и развил аппарат теории меры [10]. Данный подход был развит в работах его учеников, в числе которых следует отметить разработку количественного подхода к случайности П. Мартин-Лёфом [11]. Тем не менее попытка определить понятие случайного объекта потребовала нового математического аппарата и новых идей.

Проблема сводится к вопросу о том, какую последовательность из нулей и единиц можно считать случайной. Существующие подходы в определении случайности, так или иначе, апеллируют к нашему опыту с естественными ограничениями во времени и пространстве. Наблюдая последовательность, развивающуюся во времени, «случайность» приходится увязывать с независимостью от предыдущих значений, отсутствием алгоритма, позволяющего определить очередной член последовательности, зная предшествующую историю. Эта так называемая алгоритмическая случайность опирается на теорию вычислимости, чтобы предложить строгие формулировки понятия случайности для математических объектов. В дополнение к тому, что алгоритмическая случайность превратилась в высокотехническую отрасль математической логики, она порождает множество методологических вопросов.

Антиподом алгоритмической случайности служит ситуация, в которой имеется стратегия «выбора» очередного элемента последовательности. Именно такое представление о случайности подводит нас к узловой точке, связывающей теоретическое и практическое представление о стратегии действий в условиях непредсказуемости их результатов. В повседневном обиходе подобного рода попытки сопряжены с азартными играми, в которых одна из стратегий ставок получила название «мартингал». Первоначально этим термином обозначалась позиция игрока, который после проигрыша удваивал ставки, чтобы отыграться. В дальнейшем этим термином стали обозначать наличие особой стратегии, ведущей к выигрышу в азартных играх. Изучение истории проникновения мартингалов в мир финансов позволяет выявить

парадоксальные связи философии языка, моделей современной финансовой математики и теории азартных игр.

Появление самого понятия «мартингал» выводит нас в область практической деятельности, связанной с методами управления конской упряжкой, представляющими дополнительные возможности вознице. Как часть конской упряжи мартингал был известен еще скифам [12]. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона<sup>1</sup> трактует мартингал как «(франц. *martingale*) — часть конской упряжи, имеющая целью удерживать голову в положении, необходимом для правильного действия поводьев; это вспомогательный повод, идущий снизу от конского пояса, меж передних ног, к голове через переднюю сбрую и разветвляющийся двумя концами, к коим прикреплены кольца поводьев». Таким образом, идея правильного положения животного, позволяющего управлять им посредством раздвоения одного повода, нашла свое отражение в стратегии азартных игр.

В энциклопедическом словаре французского языка<sup>2</sup> мартингал трактуется так: «Мартингал в выездке. Поводок, который одним концом крепится за ремень под брюхом лошади, а другим — за намордник, чтобы удерживать голову лошади в правильном положении. Мартингал в терминах игры. Способ игры, который заключается в том, чтобы ставить на каждый ход вдвое больше, чем было потеряно на предыдущем ходу. В более широком смысле речь идет о различных способах игры на свои деньги, которые придумывают игроки и которым они следуют с большей или меньшей настойчивостью: он разорился, используя мартингал, который считал превосходным»<sup>3</sup>. Академический словарь испанского языка<sup>4</sup> связывает слово французского происхождения «*martingala*» с испанским «*almártaga*», заимствованным из арабского. Согласно этимологическому словарю испанского языка<sup>5</sup>, «*almártaga*» пришло в него из прованского (каталонского), где «*jouga a la martagalo*» служит для обозначения стиля игры, характерного для

<sup>1</sup> URL: <https://ru.wikisource.org/wiki>

<sup>2</sup> URL: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k50408v>

<sup>3</sup> Перевод автора.

<sup>4</sup> URL: <https://dle.rae.es>

<sup>5</sup> URL: <https://etimologias.dechile.net/?martingala>

обитателей местечка Martigues близ Марселя (удвоение ставки при проигрыше).

Возможно, слово «мартингал» применительно к азартным играм связано со словом «астралгал» (лат. astragalus), которое получило распространение во всем Средиземноморье как один из вариантов игры в кости [13]. Игра в «астралгалы» была одной из страстей императора Августа, о которой он упоминает в своем письме к пасынку Тиберию. «За обедом, милый Тиберий, гости у нас были все те же, да еще пришли Виниций и Силий Старший. За едой и вчера, и сегодня мы играли по-стариковски: бросали кости, и у кого выпадет “собака” или “шестерка”, тот ставил на кон по денарию за кость, а у кого выпадет “Венера”, тот забирал деньги» [14, с. 61]. Вполне вероятно, что конфигурация «Марс» дала название одной из версий игры, а впоследствии — обобщенной популярной игровой стратегии «Покорение Марса».

Из теории азартных игр мартингал вышел как представление о том, что в случайном процессе прогноз осуществляется на основе прошлых значений. Таким образом, случайный процесс  $(M_t)_{(t \geq 0)}$  является мартингалом, если математическое ожидание  $M_t$  на момент времени  $s$ , предшествующий  $t$ , равно  $M_s$  (при условии, что для  $u \leq s$  известны значения  $M_u$ ). К этому добавляется требование, чтобы математическое ожидание  $|M_t|$  было конечным в любой момент времени  $t$ .

Фактически идея условного математического ожидания и мартингала использовалась еще Паскалем в 1654 г. [15] в показательном решении знаменитой «задачи кавалера де Мере». Этот страстный игрок в кости обратился к великому математику с просьбой рассчитать выигрышную стратегию в придуманном им варианте правил игры. Он выигрывал, если в четырех бросках костей хотя бы один раз выпадала шестерка. Паскаль произвел расчет и выявил, что вероятность выигрыша была выше  $\frac{1}{2}$ . Однако в дальнейшем французский рыцарь пытался найти еще более выигрышную стратегию и оказался в нищете.

«Мартингал» как теоретико-вероятностный термин и достаточно строго определенное математическое понятие использовался в диссертации французского математика Жана

де Вилья, представленной в 1939 г. [16, 17], приобретая свой современный вид в 1953 г. в теории случайных процессов [18]. Де Виль ввел мартингалы в математический контекст, пытаясь понять случайность в терминах сложности и дать теоретико-игровое обоснование теории вероятностей. Важный результат, полученный им, связывает вероятностную меру с мартингалами: множество траекторий имеет меру «ноль» тогда и только тогда, когда имеется мартингал, выигрывающий на всех траекториях из этого множества. С опорой на этот результат концепция непредсказуемости (понимаемая как неспособность мартингала накапливать неограниченный капитал) играет фундаментальную роль в области алгоритмической случайности.

Трактовка мартингалов, восходящая к Паскалю, получила свое развитие в современной теории вероятностей, основанной на понятии меры, и в финансовой математике. Как показывают так называемые фундаментальные теоремы, понятие мартингала играет важную роль в моделировании процессов ценообразования финансовых инструментов. Тем не менее фундаментом, на котором строится здание финансовой математики, остается теория меры. Возможен и иной, теоретико-игровой подход, когда мартингалы моделируют процесс накопления капитала при реализации торговой стратегии на финансовом рынке. В его основу положена гипотеза о невозможности создания выигрывающей стратегии в азартной игре, которую порождает финансовый рынок. Оказалось, что аксиома, утверждающая, что никакой мартингал не приведет к неограниченному росту капитала без риска разорения, может быть положена в основу версии теории вероятностей, словно специально приспособленной для моделирования рыночных явлений и процессов.

При этом подходе в теоретико-вероятностных конструкциях появляется субъект, принимающий целенаправленные решения, что более характерно для экономики, чем для математики. Включение субъекта в модель рынка, использующую пространство бинарных последовательностей, привело американского профессора Ф.З. Мэймина [19] к выводу о том, что гипотеза о слабой эффективности рынка (англ. efficient market hypothesis, EMH) эквивалентна знаменитой ма-



тематической гипотезе  $P = NP$ . В его трактовке будущие цены акций не могут быть предсказаны на основе данных о ценах в прошлом. Гипотеза  $P = NP$  также рассматривается в упрощенной форме: если решение задачи может быть эффективно верифицировано, то она может быть эффективно решена (под эффективностью в данном случае понимается существование алгоритма, работающего за полиномиальное время). Схематично обоснование эквивалентности ЕМН и  $P = NP$  выглядит следующим образом. История рынка представляется как пространство наборов бинарных последовательностей (1 — повышение, 0 — понижение). Стратегия — приписывание элементам последовательностей одного из трех значений (покупка, продажа, нейтральная позиция). Если бы некоторому игроку финансового рынка удалось (возможно, случайно) найти выигрышную стратегию в предположении  $P = NP$ , ее смогут найти и другие участники рынка. Такая стратегия не может быть выигрышной (дать игроку преимущество). Сходное рассуждение применяется и для доказательства обратного заключения. Эквивалентность двух гипотез удастся установить за счет включения в модель экономического агента, поведение которого, с одной стороны, является экзогенным фактором, а с другой — именно оно выступает источником неопределенности, обуславливающей сложность. В игровых терминах Мэймин апеллирует к тому, что вероятность найти стратегию управления капиталом (мартингал), ведущую к неограниченному обогащению, равна нулю.

В современной финансовой математике понятие мартингала является центральным, присутствуя в двух так называемых фундаментальных теоремах об оценке финансовых активов:

- финансовый рынок не допускает возможности арбитража тогда и только тогда, когда в пространстве его состояний существует вероятностная мера, относительно которой дисконтированные цены активов являются мартингалами (мартингальная мера);
- рынок, не допускающий арбитража, полон тогда и только тогда, когда мартингальная мера единственна.

Рассмотрим последовательность из нулей и единиц, в которой они появляются с равной вероятностью. Последовательность, состоящую из одних нулей, вряд ли можно считать случай-

ной. Довольно естественным выглядит требование, чтобы в случайной последовательности нулей и единиц было примерно поровну. Однако последовательность 01010101... также не выглядит случайной. В основе частотного подхода к определению случайности, предложенного фон Л. Фон Мизесом, лежит следующее требование: если последовательность случайна, то в любой ее «регулярно» построенной конечной подпоследовательности число нулей и единиц становится примерно равным с увеличением длины последней. В игровых терминах это выглядит так: пусть «0» соответствует проигрышу, а «1» — выигрышу того, кто играет против казино и делает ставки на «0» или «1». Если последовательность «неслучайна» и игроку известна закономерность, регулирующая появление нулей и единиц, он может разработать систему игры (мартингал), позволяющую ему выиграть сколь угодно большую сумму. Если последовательность «случайна», при неограниченном продолжении игры число выигрышей примерно равно числу проигрышей.

Вернемся снова к связи вычислительной сложности с эффективностью рынка. В предположении, что ценовая динамика описывается броуновским движением, «история» рынка (или, если упростить ситуацию, история отдельного актива) может быть с любой степенью точности представлена бинарной последовательностью повышений-понижений. В этом случае стратегия строится как функция в пространстве таких конечных последовательностей, значение которой — ставка (покупка или продажа актива в указанном объеме) на следующий «тик». Ряд исследователей [20] вводят понятие эффективности рынка относительно ресурса (например, памяти): рынок эффективен в отношении указанного ресурса, если ни одна стратегия, использующая этот ресурс, не может принести прибыль. В частности, использование ограниченной памяти ведет к появлению «пузырей». Инвестор, выходящий за рамки этих ограничений, может найти арбитражные возможности. Если использовать память рынка в полном объеме, информационные затраты на поиск всех возможных паттернов в последовательности цен является экспоненциальной задачей. В какой-то момент объем данных превысит совокупную способность всех инвесторов обнаруживать паттерны, и, сле-

довательно, те, кто их найдет, будут получать положительную прибыль — по крайней мере до тех пор, пока эти закономерности не станут широко известны.

Такого рода феномены описаны в многочисленных изысканиях. Аномалии в целом имеют тенденцию к существенному ослаблению после публикации о результатах исследований. Это служит эмпирическим подтверждением того, что оценка всех возможных ценовых моделей неэффективна с точки зрения вычислений. Гипотеза эффективного рынка утверждает, что вся информация, относящаяся к будущим ценам, немедленно отражается в текущих ценах активов. Другими словами, невозможно постоянно обгонять рыночную доходность, используя общедоступную информацию. В частности, самая слабая форма ЕМН гласит, что будущие цены нельзя предсказать, анализируя прошлые. Таким образом, технический анализ не работает в долгосрочной перспективе, хотя, конечно, любая стратегия способна оказаться успешной на некотором ограниченном временном промежутке. Это можно описать так: вероятность мартингала, обеспечивающего неограниченный рост капитала, равна нулю.

Согласно гипотезе финансовой нестабильности (FIN) Х. Мински [21, 22], финансовая структура капиталистической экономики становится все более хрупкой в период процветания. Она эволюционирует от режима хеджирования к спекулятивному, а затем — к режиму финансовой пирамиды. В контексте нашего анализа ключевым аспектом FIN выступает акцент на кредитовании как на инновационном, ориентированном на прибыль бизнесе. Банки и другие финансовые посредники стремятся к инновациям в отношении как приобретаемых ими активов, так и обязательств, которые они продают. Новые финансовые инструменты позволяют удовлетворить спрос на деньги в данный момент, отложив выполнение обязательств на более поздний срок. Проблемы возникают, когда становится ясно, что необходимо продать активы, чтобы

произвести по ним выплаты. Принудительная продажа активов может привести к их переоценке. В то время как накопление долга способно длиться годами, переоценка может быть мимолетной, что приведет к краху, в результате которого стоимость активов резко снизится, а объем кредитов иссякнет до такой степени, что инвестиции и объем производства упадут, а безработица резко возрастет.

Фактически цена производного инструмента определяется как функция от пространства последовательностей, описывающих динамику базовых инструментов. Независимо от того, связано ли исполнение условного требования со временем или с уровнем цен, длина соответствующих последовательностей способна быть сколь угодно большой. Решение возникающей задачи оптимизации может занять неполиномиальное время и рынок, таким образом, оказывается неэффективным. По мнению Мински, модели эффективных рынков возникают из-за упрощения: в них деньги рассматриваются как экзогенный фактор. Включение денег в модель в качестве эндогенного фактора приводит к неизбежному нарушению эффективности.

В заключение можно заметить, что использование междисциплинарных исследований подобного рода в формировании материалов образовательных программ для различных категорий обучающихся и широких слоев населения представляется актуальным. Таким образом им предоставляется возможность понять сложные финансовые процессы и явления на основе игровых стратегий, распространенных в повседневной жизни. Анализ смысла понятий, а также истории их возникновения подчеркивает особое значение языка в современном научном анализе. Ведь любое исследование можно выразить в виде определенного текста, имеющего только то содержание, которое нам понятно и доступно. Это особенно явно в тех текстах, которые сформулированы в математических символах, коррелирующихся с простыми и сложными понятиями нашего языка.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Mazliak L., Shafer G., eds. The Splendors and Miseries of Martingales: Their History from the Casino to Mathematics. Cham, Switzerland: Birkhäuser; 2022. 418 p.
2. Shafer G. and Vovk V. Probability and Finance: It's Only a Game! New York: John Wiley & Sons; 2001. 416 p.
3. Shafer G., Vovk V. Game-theoretic foundations for probability and finance. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons; 2019. 466 p.

4. Резников В.М. Методологические игровые аспекты в статистических концепциях. *Философия науки*. 2008;(1):102–116.  
Reznikov V.M. Methodological game aspects in statistical concepts. *Filosofiya nauki = Philosophy of Science*. 2008;(1):102–116. (In Russ.).
5. Резников В.М. Философский и методологический анализ адекватности мартингалов. *Философия науки*. 2010;(1): 24–35.  
Reznikov V.M. Philosophical and methodological analysis of the adequacy of martingales. *Filosofiya nauki = Philosophy of Science*. 2010 (1): 24–35. (In Russ.).
6. Резников В.М. Философский и методологический анализ мартингалов и игровых мартингалов. *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Философия*. 2011;9(3):55–60.  
Reznikov V.M. Philosophical and methodological analysis of martingales and game martingales. *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Filosofiya = Bulletin of Novosibirsk State University. Series: Philosophy*. 2011:9(3): 55–60. (In Russ.).
7. Ellersgaard S. On the Numerical Solution of Mertonian Control Problems: A Survey of the Markov Chain Approximation Method for the Working Economist. *Computational Economics*. 2019;54(3):1179–1211.
8. Hilbert D. Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 2000;37(4):407–436.
9. Keynes J. M. A treatise on probability. Mineola, New York: Dover Publications, Inc.; 2013. 480 p.
10. Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия «количество информации». *Проблемы передачи информации*. 1965;1(1):3–11.  
Kolmogorov A. N. *Three approaches to defining the concept of “amount of information”*. *Problemy peredachi informacii = Problems of information transfer*. 1965;1(1):3–11. (In Russ.).
11. Martin-Löf P. The definition of random sequences. *Information and control*. 1966;9(6):602–619.
12. Курносов В.В. К вопросу о характере взаимоотношений тюркоязычных кочевников и угро-самодийского неземледельческого населения лесостепных и южно-таежных регионов Западной Сибири в период раннего средневековья. В книге: Север России: стратегии и перспективы развития. Материалы II Всероссийской научно-практической конференции. Сургут: ИЦ СурГУ; 2016. 273 с.  
Kurnosov V. V. On the question of the nature of the relationship between Turkic-speaking nomads and the Ugro-Samoyedic non-agricultural population of the forest-steppe and southern taiga regions of Western Siberia during the early Middle Ages. In the book: North of Russia: strategies and development prospects. Materials of the II All-Russian Scientific and Practical Conference Surtut: Surgut University; 2016. 273 p. (In Russ.).
13. Lovett E. The ancient and modern game of astragals. *Folklore*. 1901;12(3):280–293.
14. Гай Светоний Транквилл. Жизнь двенадцати цезарей. Книга вторая. Божественный Август. М.: Наука; 1993. 367 с.  
Tranquillus. The Life of the Twelve Caesars. Book two. Divine August. Moscow: Nauka; 1993. 367 p. (In Russ.).
15. Derriennic Y. Pascal et les problèmes du chevalier de Méré. De l'origine du calcul des probabilités aux mathématiques financières d'aujourd'hui. *Gazette des mathématiciens*. 2003;(97):45–71.
16. Ville J. A. Sur la notion de collectif. *Comptes rendus des Sciences de l'Académie des Sciences*. 1936;(203):26–27.
17. Ville J. Étude critique de la notion de collectif. Thèses a la Faculté de Sciences de Paris. Paris: Gauthier-Villars; 1939. 116 p.
18. Doob J. L. Stochastic Processes. New York: Wiley; 1953. 654 p.
19. Maymin P. Z. Markets are efficient if and only if  $P = NP$ . *Algorithmic Finance*. 2011;1(1):1–11.
20. Hasanhodzic J., Lo A. W., Viola E. A computational view of market efficiency *Quantitative Finance*. 2011;11(7):1043–1050.
21. Ferri P. Minsky's Moment: An Insider's View on the Economics of Hyman Minsky. Northampton, Massachusetts: Edward Elgar Publishing; 2019. 264 p.
22. Neilson D. Minsky. Cambridge, Medford, MA: Polity Press; 2019. 166 p.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / ABOUT THE AUTHORS

**Владимир Борисович Гисин** — кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики, Финансовый университет, Москва, Россия

**Vladimir B. Gisin** — Cand. Sci. (Physical and Mathematical Sciences), Professor, Professor of the Department of Mathematics, Financial University, Moscow, Russia  
<https://orcid.org/0000-0002-7269-0587>

*Автор для корреспонденции / Corresponding author:*

[vgisin@fa.ru](mailto:vgisin@fa.ru)

**Евгений Генрихович Панов** — кандидат философских наук, доцент, доцент кафедры гуманитарных наук факультета социальных наук и массовых коммуникаций, Финансовый университет, Москва, Россия

**Evgeny G. Panov** — Cand. Sci. (Philosophy), Associate Professor, Associate Professor, Department of Humanities, Faculty of Social Sciences and Mass Communications, Financial University, Moscow, Russia

<https://orcid.org/0000-0002-4879-3092>

[EPanov@fa.ru](mailto:EPanov@fa.ru)

*Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

*Conflicts of Interest Statement: The authors have no conflicts of interest to declare.*

*Статья поступила 25.01.2024; принята к публикации 18.02.2024.*

*Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*The article was received on 25.01.2024; accepted for publication on 18.02.2024.*

*The authors read and approved the final version of the manuscript.*